

## Przykładowe zadania z rozwiązaniami do modułu 3.

### Zadanie 1.

Kwantując sygnał mowy w pełni wysterowanym kwantyzatorem równomiernym o 16 poziomach kwantowania otrzymano  $SNR = 22$  dB. Jakiej wartości  $SNR$  należy się spodziewać przy użyciu w pełni wysterowanego kwantyzatora równomiernego o 64 poziomach kwantyzacji? Odpowiedz uzasadnij

**Rozwiązanie:**  $L=16$  poziomów to  $b=4$  bity na próbkę. Dodanie 1 bitu oznacza wzrost  $SNR$  o 6 dB. 64 poziomy to 6 bitów na próbkę. Musimy dodać 2 bity do posiadanych 4.  $SNR$  zwiększy się o 12 dB i osiągnie wartość  $22+12=34$  dB.

### Zadanie 2.

Kwantując sygnał analogowy w pełni wysterowanym kwantyzatorem równomiernym o 128 poziomach kwantowania otrzymano  $SNR = 10000$  (chodzi o stosunek mocy). Jakiej wartości  $SNR$  należy się spodziewać dla kwantyzatora o 256 poziomach kwantowania?

**Rozwiązanie:** W poprzednim zadaniu podane były wartości  $SNR$  w dB, teraz jako stosunek mocy. Można przeliczyć stosunek mocy na decybele (10000 to 40 dB). Można też uwzględnić, że wzrost mocy o 6 dB to wzrost 4-krotny. 128 poziomów to 7 bitów na próbkę, 256 poziomów to 8 bitów na próbkę. Dodano 1 bit, więc  $SNR$  wzrośnie 4 razy i osiągnie wartość 40000. W decybelach to będzie  $40+6=46$  dB.

### Zadanie 3.

Naszkcuj  $SNR_0$  (na wyjściu akustycznym) w funkcji mocy sygnału podlegającego kwantyzacji ( $\sigma_x^2$ ) dla kwantyzatora równomiernego, logarytmicznego i adaptacyjnego. Osie mają być wyskalowane w decybelach.

**Wskazówka:** Rys.8 dla kwantyzatora równomiernego i logarytmicznego. Teoretycznie kwantyzator adaptacyjny powinien mieć stałą wartość  $SNR_0$ . W praktyce zawsze będzie przesterowanie. Dla bardzo cichych sygnałów pojawi się wpływ szumów układów elektronicznych. W każdym razie płaska część charakterystyki kwantyzatora adaptacyjnego powinna rozciągać się w szerszym zakresie zmian mocy sygnału niż miało to miejsce dla kwantyzatora logarytmicznego.

### Zadanie 4.

Sygnał telefoniczny poddano próbkowaniu (8000 próbek/s), kwantowaniu i transmisji z przepływnością 32 kbit/s, otrzymując  $SNR = 22$  dB. Następnie zwiększono przepływność do 56 kbit/s. Jakiej wartości  $SNR$  należy się teraz spodziewać? Odpowiedź uzasadnij.

**Rozwiązanie:**  $32000/8000=4$  bity na próbkę.  $56000/8000=7$  bitów na próbkę. Przybyły 3 bity, a więc  $SNR$  wzrośnie o 3 razy  $6 = 18$  dB. Osiągnie wartość  $22+18=40$  dB

### Zadanie 5.

Współczynniki autokorelacji sygnału wynoszą  $R_0 = 1$ ,  $R_1 = 0.8$  (pozostałych współczynników nie znamy). Zastosowano najprostszego (nieoptymalny) predyktor, przewidujący wartość bieżącej próbki jako wartość próbki poprzedniej:  $x_n^p = x_{n-1}$ . Jaką moc błędu predykcji udało się osiągnąć? Jaki jest zysk predykcji?

**Rozwiązanie:** Dla tego predyktora  $\sigma_\varepsilon^2 = 2R_0 - 2R_1$  (wzór 23). Wynik:  $\sigma_\varepsilon^2 = 0.4$ . Zysk predykcji to stosunek mocy sygnału  $\sigma_x^2 = R_0$  do mocy błędu predykcji  $\sigma_\varepsilon^2$ . Wynik  $G_p = 2.5$ .

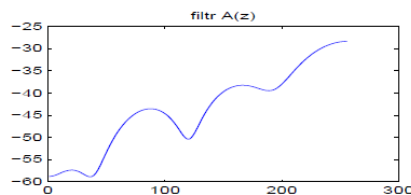
### Zadanie 6.

Obliczono współczynniki autokorelacji sygnału akustycznego:  $R_0 = 1$ ,  $R_1 = 0.8$ . Predyktor przewiduje próbkę  $x_n$  w następujący sposób:  $x_n^p = a_1 x_{n-1}$ . Oblicz optymalny współczynnik predykcji  $a_1$ , który zapewnia najmniejszą moc błędu predykcji. Jaki jest zysk predykcji?

**Rozwiązanie:** Wg wzoru (24)  $a_1 = \frac{R_1}{R_0} = 0.8$ . Moc błędu predykcji  $\sigma_\varepsilon^2 = R_0 - 2a_1R_1 + (a_1)^2R_0 = 0.36$ . Zysk  $G_p = 2.77$ . Zauważmy że jest to predyktor nieco lepszy od predyktora z poprzedniego zadania.

### Zadanie 7.

Na rysunku pokazano charakterystykę częstotliwościową (w zakresie od częstotliwości 0 do połowy częstotliwości próbkowania) filtra  $A(z) = 1 - P(z) = 1 - \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}$  przetwarzającego sygnał mowy na błąd predykcji. Ile (co najmniej) wynosi liczba współczynników predykcji  $N$ ? Odpowiedź uzasadnij.

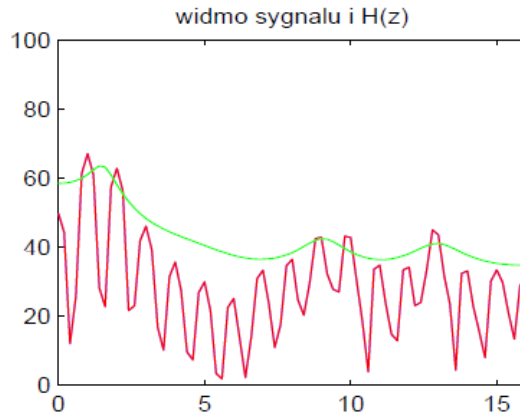


**Rozwiązanie:** Filtr  $A(z)$  ma  $N$  zer, w związku z tym jego charakterystyka częstotliwościowa może mieć najwyżej  $N$  minimów w zakresie częstotliwości od 0 do częstotliwości próbkowania. Widzimy 4 minima do połowy częstotliwości próbkowania. Po dorysowaniu lustrzanego odbicia będzie ich 8. Trzeba jednak zauważyć, że za minimum na częstotliwości zerowej i minimum na częstotliwości próbkowania odpowiada to samo zero leżące na osi rzeczywistej. Tak więc zer będzie 7. Może ich być więcej (jeśli leżą w pobliżu początku układu współrzędnych, to nie wywołują widocznych zmian charakterystyki częstotliwościowej filtra). Nie może jednak być ich mniej niż 7. Patrz p.7 Moduł 1.

### Zadanie 8.

Na rysunku pokazano widmo fragmentu mowy i charakterystykę częstotliwościową filtra predykcyjnego  $H(z)$  (przetwarzającego sygnał błędu predykcji na sygnał mowy) w zakresie częstotliwości od zera do połowy częstotliwości próbkowania. Transmitancja filtra wynosi  $H(z) = \frac{1}{1 - P(z)} = \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^M a_i z^{-i}}$ .

Ile (co najmniej) wynosi liczba współczynników predykcji  $M$ ? Odpowiedź uzasadnij.



**Rozwiązanie:** Filtr  $H(z)$  ma  $M$  biegunów, nie ma zer wpływających na charakterystykę częstotliwościową (zera leżące w początku układu współrzędnych nie mają takiego wpływu). Każdy biegun może wytworzyć maksimum charakterystyki. Jest 6 maksimum w zakresie częstotliwości od zera do częstotliwości próbkowania (na rysunku widzimy 3, bo nie obserwujemy lustrzanego odbicia). 6 maksimum to co najmniej 6 biegunów, a więc co najmniej 6 współczynników predykcji.

#### Zadanie 9.

Kwantyzator wektorowy posiada słownik liczący  $L = 256$  wektorów, kwantuje on wektory złożone z  $N = 4$  kolejnych próbek sygnału mowy. Jaka jest rozdzielczość tego kwantyzatora wektorowego? ( $b$ , w bitach na próbkę). Ile poziomów kwantyzacji miałby kwantyzator skalarny pracujący z tą samą rozdzielczością?

**Rozwiązanie:** Ze wzoru  $L = 2^{bN}$  od razu wynika  $b = 2$ . Kwantyzator skalarny o  $b=2$  bitach na próbkę ma  $L = 2^b = 4$  poziomów kwantyzacji.

#### Zadanie 10.

Częstotliwość próbkowania wynosi  $f_s = 32\text{kHz}$ , rozdzielczość kwantyzatora wektorowego  $b = 2$  bit/próbkę, wymiar kwantowanych wektorów  $N = 5$ . Ile jest wektorów w słowniku? Ile operacji arytmetycznych (mnożeń) na sekundę wykonuje nadajnik kwantyzatora wektorowego przy przeszukiwaniu słownika?

**Rozwiązanie:** Liczba wektorów  $L=2^{bN}=1024$ . Przeszukując słownik wykonuje się  $LN=5120$  operacji. Słownik przeszukiwany jest  $32000/5=6400$  razy na sekundę. Daje to  $6400 \times 5120 = 32768000$  operacji na sekundę.

#### Zadanie 11.

Częstotliwość próbkowania wynosi  $8\text{kHz}$ , słownik kształtów (kwantyzatora wektorowego typu kształt-wzmocnienie) liczy 512 wektorów 4-wymiarowych, a wzmacnienie jest kodowane w 8 poziomach. Jaka jest przepływność binarna?

**Rozwiązanie:** Kształt jest kodowany w 9 bitach ( $2^9=512$ ), a wzmacnienie w 3 bitach ( $2^3=8$ ), razem na wektor przypada  $9+3=12$  bitów. Transmituje się  $8000/4=2000$  wektorów na sekundę. Przepływność wynosi zatem  $2000 \times 12 = 24000$  bitów na sekundę.

**Zadanie 12.**

W koderze 2-kanalowym moce sygnału fonicznego wynoszą w obu podpasmach częstotliwości: 30 dB i 18 dB. Rozdzielić 4 bity pomiędzy kwantyzatory adaptacyjne operujące w tych podpasmach w taki sposób, aby ogólna moc szumu kwantowania była jak najmniejsza. Jaka będzie moc szumu w każdym kanale?

**Rozwiązanie:**

Przed przydzieleniem bitów kwantyzatory nie działają, w odbiorniku można jedynie odtworzyć ciszę. Strata (błąd, wynikający z nieodtworzenia sygnału) jest większa w pierwszym podpaśmie (30 dB > 18 dB), więc tam przydzielamy pierwszy bit. Kwantyzator 1-bitowy (2-poziomowy) ma szum kwantowania około 6 dB poniżej mocy kwantowanego sygnału, a więc moc szumu kwantowania wyniesie  $30\text{dB} - 6\text{dB} = 24\text{dB}$ . Po przydzieleniu pierwszego bitu, szum w pierwszym kanale jest nadal większy, niż strata w drugim kanale (24 dB > 18 dB). Drugi bit przydzielamy więc pierwszemu kanałowi, skutkiem czego moc szumu kwantowania obniży się o dalsze 6 dB (zasada 6dB na bit), osiągając wartość  $24 - 6 = 18\text{dB}$ . Teraz błąd w obu kanałach jest równy, wynosi po 18 dB. Dwa pozostałe bity rozdzielimy więc po jednym na każdy kanał. Ostatecznie szum kwantowania w obu kanałach będzie wynosił  $18 - 6 = 12\text{dB}$ . Pierwszy kanał otrzymał 3 bity, drugi 1 bit.