

Synteza logiczna w zadaniach

Układy sekwencyjne

TADEUSZ ŁUBA

FUNKCJA BOOLOWSKA , UKŁADY KOMBINACYJNE, MIMIMALIZACJA, REDUKCJA ARGUMENTÓW, DEKOMPOZYCJA FUNKCJONALNA I LINIOWA, ANALIZA DANYCH, REDUKCJA ATRYBUTÓW

Omówione w podręczniku „Synteza logiczna” metody syntezy i symulacji układów logicznych dotyczą najważniejszych i aktualnych problemów projektowania układów cyfrowych (w technologiach programowalnych układów FPGA). Większość z nich wymaga stosowania zaawansowanych algorytmów wykorzystujących najnowsze metody redukcji argumentów i dekompozycji funkcjonalnej przystosowane do obliczeń praktycznych. Programy oparte na tych algorytmach są zamieszczone w katalogu „Komputerowe narzędzia syntezy logicznej”. Dużą pomocą w zrozumieniu ich działania jest zbiór zadań pt.: „Synteza logiczna w zadaniach”. Materiały tego zbioru, w szczególności dotyczące weryfikacji obliczeń, nie powstałyby bez nieocenionej pomocy dr. inż. Bogdana Zbierchowskiego.

Spis treści

4. Układy sekwencyjne	2
4.1 Zadania z rozwiązaniami	2
4.2. Zadania do samodzielnego rozwiązania	6

4. Układy sekwencyjne

4.1 Zadania z rozwiązaniami

Zadanie 4.1

Zaprojektować licznik mod 8 z wejściem zezwalającym E , pracujący w naturalnym kodzie binarnym. Przerzutniki do realizacji dobrać tak, aby uzyskać najprostszy schemat logiczny licznika. W rozwiązaniu podać schemat logiczny licznika (bramki i przerzutniki).

Rozwiązanie

Tablicę przejść-wyjść licznika pokazano w tab. 4.1, a tablicę wzbudzeń dla przerzutników typu D w tab. 4.2 (uwaga: opis tablicy $Q_2 Q_1 Q_0$ w kodzie Graya). Z tablicy tej odczytujemy następujące wyrażenia na funkcje wzbudzeń przerzutników:

$$D_2 = Q_2 \bar{E} + Q_2 \bar{Q}_1 + Q_2 \bar{Q}_0 + \bar{Q}_2 Q_1 Q_0 E$$

$$D_1 = Q_1 \bar{E} + Q_1 Q_0 + \bar{Q}_1 Q_0 E$$

$$D_{10} = Q_0 \bar{E} + \bar{Q}_0 E$$

Tablica 4.1. Tablica przejść-wyjść licznika

i NKB	E			0	1	y
	Q_2	Q_1	Q_0			
0	000			000	001	0
1	001			001	010	0
2	010			010	011	0
3	011			011	100	0
4	100			100	101	0
5	101			101	110	0
6	110			110	111	0
7	111			111	000	1

Tablica 4.2. Tablica wzbudzeń przerzutników typu D

$Q_2 Q_1 Q_0$	E		$Q_2 Q_1 Q_0$	E		$Q_2 Q_1 Q_0$	E		$Q_2 Q_1 Q_0$	E	
	0	1		0	1		0	1		0	1
000	000	001	000	0	0	000	0	0	000	0	1
001	001	010	001	0	0	001	0	1	001	1	0
011	011	100	011	0	1	011	1	0	011	1	0
010	010	011	010	0	0	010	1	1	010	0	1
110	110	111	110	1	1	110	1	1	110	0	1
111	111	000	111	1	0	111	1	0	111	1	0
101	101	110	101	1	1	101	0	1	101	1	0
100	100	101	100	1	1	100	0	0	100	0	1

$D_2 D_1 D_0$ D_2 D_1 D_0

Analogiczną tablicę wzbudzeń dla przerzutników typu T pokazano w tab. 4.3.

Tablica 4.3. Tablice wzbudzeń przerzutników typu T

$Q_2Q_1Q_0$	E		Q_2		Q_1		Q_0	
	0	1	0	1	0	1	0	1
000	000	001	0	0	0	1	0	1
001	001	010	0	0	0	1	0	0
011	011	100	0	1	0	1	0	1
010	010	011	0	0	0	0	0	0
110	110	111	0	0	0	0	0	1
111	111	000	0	1	0	1	0	0
101	101	110	0	0	0	1	0	1
100	100	101	0	0	0	0	0	0

$Q_2'Q_1'Q_0'$ T_2 T_1 T_0

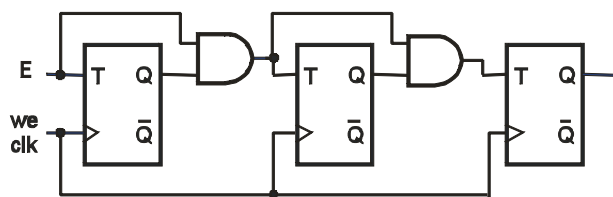
Z tablicy tej wyznaczono następujące funkcje wzbudzeń:

$$T_2 = EQ_1Q_0 \quad T_1 = EQ_0 \quad T_0 = E$$

Po odpowiednich przekształceniach otrzymamy:

$$T_2 = Q_1T_1 \quad T_1 = EQ_0 \quad T_0 = E$$

Prowadzi to do schematu, jak na rys. 41. Jest to najprostszy schemat logiczny licznika synchronicznego pracującego w naturalnym kodzie binarnym.



Rys. 4.1. Schemat licznika mod. 8 zrealizowanego na przerzutnikach typu T

Zadanie 4.2

Mając do dyspozycji przerzutnik typu D i dowolne bramki logiczne skonstruować przerzutnik typu T. Narysować schemat logiczny.

Rozwiązanie

Z tablicy przejść przerzutnika typu T (tab. 4.4) odczytujemy wyrażenie na funkcję wzbudzeń przerzutnika typu D, pamiętając, że $D = q'$:

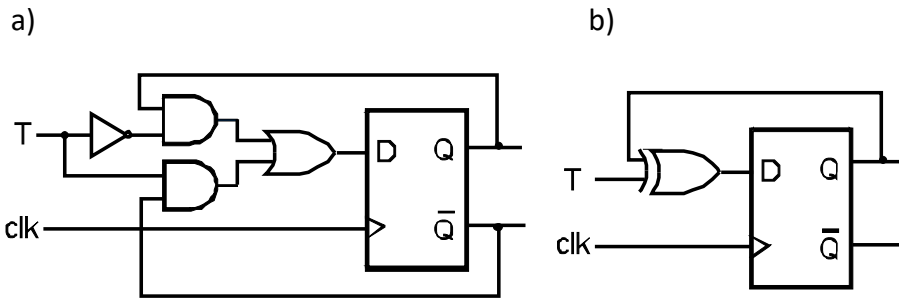
$$q' = D = \bar{q}t + q\bar{t} = q \oplus t$$

Prowadzi to do schematu logicznego, jak na rys.4.2a, a z użyciem bramki ex-or – do schematu z rys. 4.b.

Tablica 4.4

	T	0	1
Q		0	1
0		0	1
1		1	0

$D = q'$



Rys. 4.2. Schemat przerzutnika typu T zrealizowanego na przerzutniku typu D: a) z użyciem bramek AND i OR, b) z użyciem bramki ex-or

Zadanie 4.3

- Dokonać redukcji stanów dla automatu z tablicy przejść-wyjść (tab. 4.5). W rozwiązaniu podać obliczenia klas zgodności oraz tablicę automatu minimalnego;
- dla automatu minimalnego obliczyć funkcje wzbudzeń dla przerzutników typu D oraz JK.

Tablica 4.5

		x			
S		0	1	0	1
1		5	4	0	0
2		2	7	1	1
3		-	1	-	0
4		-	3	-	0
5		2	-	1	-
6		6	-	1	-
7		-	8	-	0
8		-	-	-	1

Rozwiązanie

W tab. 4.6 zaznaczono pary sprzeczne (x), pary zgodne (v) oraz pary zgodne warunkowo (np. 1,4). Po sprawdzeniu zgodności warunkowej wykreślono pary 1,7; 3,7 oraz 4,7.

Następnie stosując algorytm wyznaczania MKZ wg par zgodnych otrzymano:

Tablica 4.6

2	x						
3	1,4	x					
4	3,4	x	1,3				
5	x	v	v	v			
6	x	2,6	v	v	2,6		
7	4,8	x	1,8	3,8	v	v	
8	x	v	x	x	v	v	
	1	2	3	4	5	6	7

$S_1 = \emptyset$	{1}
$S_2 = \emptyset$	{2}{1}
$S_3 = \{1\}$	{1,3}{2}
$S_4 = \{1,3\}$	{1,3,4}{2}
$S_5 = \{2,3,4\}$	{3,4,5}{2,5}{1,3,4}
$S_6 = \{2,3,4,5\}$	{3,4,5,6}{2,5,6}{ 3,4,6 {1,3,4}
$S_7 = \{5,6\}$	{5,6,7}{ 5,6,7 {1,3,4}{2,5,6}{3,4,5,6}
$S_8 = \{2,5,6\}$	{ 5,6,8 {2,5,6,8}{5,6,7}{1,3,4}{3,4,5,6}

$$MKZ = \{1,3,4\}, \{2,5,6,8\}, \{3,4,5,6\}, \{5,6,7\}$$

Warunek pokrycia spełniają klasy {1,3,4}, {2,5,6,8}, {5,6,7}.

Warunek zamkniętości jest sprawdzony w tab. 4.7.

Przyporządkowując odpowiednio nazwy stanów A, B, C otrzymujemy tablicę przejść wyjść (tab. 4.8a) automatu minimalnego, a zakodowana tablica jest pokazana w tab. 4.8b. Tablica w formie standardowej tablicy Karnaugh'a jest podana w tab. 4.8c.

Tablica 4.7

		x			
S		0	1	0	1
1,3,4	5---	4	13	0	0
2,5,6,8	226-	7---		1	1
5,6,7	--26	--8		1	0

Tablica 4.8

a)	b)	c)																																																																																																																		
<table> <tr> <td></td> <td></td> <td colspan="4">x</td> </tr> <tr> <td>S</td> <td></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>A 1,3,4</td> <td>B/C</td> <td>A</td> <td></td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>B 2,5,6,8</td> <td>C</td> <td>C</td> <td></td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>C 5,6,7</td> <td>B</td> <td>B</td> <td></td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td colspan="2">S</td> <td colspan="2">y</td> </tr> </table>			x				S		0	1	0	1	A 1,3,4	B/C	A		0	0	B 2,5,6,8	C	C		1	1	C 5,6,7	B	B		1	0			S		y		<table> <tr> <td></td> <td></td> <td colspan="4">x</td> </tr> <tr> <td>q_1q_0</td> <td></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>00</td> <td>11 00</td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>01</td> <td>11 11</td> <td>1</td> <td>1</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>11</td> <td>01 01</td> <td>1</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td colspan="2">$q'_1q'_0$</td> <td colspan="2">y</td> </tr> </table>			x				q_1q_0		0	1	0	1	00	11 00	0	0			01	11 11	1	1			11	01 01	1	0					$q'_1q'_0$		y		<table> <tr> <td></td> <td></td> <td colspan="4">x</td> </tr> <tr> <td>q_1q_0</td> <td></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>00</td> <td>11 00</td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>01</td> <td>11 11</td> <td>1</td> <td>1</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>11</td> <td>01 01</td> <td>1</td> <td>0</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>-- --</td> <td>--</td> <td>--</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td colspan="2">$q'_1q'_0$</td> <td colspan="2">v</td> </tr> </table>			x				q_1q_0		0	1	0	1	00	11 00	0	0			01	11 11	1	1			11	01 01	1	0			10	-- --	--	--					$q'_1q'_0$		v	
		x																																																																																																																		
S		0	1	0	1																																																																																																															
A 1,3,4	B/C	A		0	0																																																																																																															
B 2,5,6,8	C	C		1	1																																																																																																															
C 5,6,7	B	B		1	0																																																																																																															
		S		y																																																																																																																
		x																																																																																																																		
q_1q_0		0	1	0	1																																																																																																															
00	11 00	0	0																																																																																																																	
01	11 11	1	1																																																																																																																	
11	01 01	1	0																																																																																																																	
		$q'_1q'_0$		y																																																																																																																
		x																																																																																																																		
q_1q_0		0	1	0	1																																																																																																															
00	11 00	0	0																																																																																																																	
01	11 11	1	1																																																																																																																	
11	01 01	1	0																																																																																																																	
10	-- --	--	--																																																																																																																	
		$q'_1q'_0$		v																																																																																																																

Z tab. 4.8c bezpośrednio można wyznaczyć funkcje wzbudzeń dla przerzutników typu D (4.9). Funkcja wyjściowa jest taka, jaką obliczono dla realizacji D.

$$D_1 = \bar{q}_1\bar{x} + \bar{q}_1q_2 \quad D_0 = \bar{q}_1 + q_2 \quad y = q_2\bar{x} + \bar{q}_1q_2$$

Do wyznaczenia funkcji wzbudzeń dla realizacji na przerzutnikach JK Tab. 4.8c została przekształcona (zgodnie z macierzą wzbudzeń dla przerzutnika JK) do tablic Karnaugh'a (tab. 4.10)

Tablica 4.9

		x			
q_1q_0		0	1	0	1
00	1 0	0	0	0	0
01	1 1	1	1	1	1
11	0 0	0	0	1	0
10	- -	-	-	-	-
		D_1		y	

Tablica 4.10

	x	
q_1q_0	0	1
00	1	1
01	1	1
11	-	-
10	-	-

J_1

$$J_1 = 1$$

	x	
q_1q_0	0	1
00	-	-
01	-	-
11	1	1
10	-	-

K_1

$$K_1 = 1$$

	x	
q_1q_0	0	1
00	1	0
01	-	-
11	-	-
10	-	-

J_0

$$J_0 = \bar{x}$$

	x	
q_1q_0	0	1
00	-	-
01	0	0
11	0	0
10	-	-

K_0

$$K_0 = 0$$

4.2. Zadania do samodzielnego rozwiązania

Zadanie 4.4

Mając do dyspozycji przerzutnik typu D i dowolne bramki logiczne skonstruować przerzutnik typu JK. Narysować schemat logiczny.

Zadanie 4.5

Mając do dyspozycji przerzutnik typu JK i dowolne bramki logiczne skonstruować przerzutnik typu D oraz przerzutnik typu T. Narysować schematy logiczne.

Zadanie 4.6

Zaprojektować licznik modulo 16 z czterema wejściami danych $x_1 \div x_4$ i wejściem sterującym s . Jeżeli $s = 0$, to licznik liczy impulsy zegara, a jeżeli $s = 1$, to stan wejść $x_1 \div x_4$ jest synchronicznie przepisywany do przerzutników licznika. Dane są przerzutniki JK i bramki NAND.

Zadanie 4.7

Zaprojektować automat wykrywający każde pojawienie się sekwencji:

- a. 0011,
- b. 00011,

w dowolnie długim ciągu wejściowym. Dane są przerzutniki JK, bramki I i NAND.

Zadanie 4.8

Zaprojektować układ wykrywający parzystą liczbę sekwencji 0011 (brak tych sekwencji oznacza ich liczbę parzystą). Dane przerzutniki JK i bramki NAND.

Zadanie 4.9

Zaprojektować automat wykrywający ciąg dokładnie trzech albo dokładnie czterech następujących bezpośrednio po sobie jedynek w dowolnie długim słowie wejściowym (dane są elementy JK i NAND).

Zadanie 4.10

Zaprojektować automat do kontroli czterobitowych słów podawanych szeregowo na jego wejście. Automat ma sprawdzać, czy słowa należą do kodu 2 z 4. Dane przerzutniki JK i dowolne bramki.

Zadanie 4.11

Zaprojektować układ synchroniczny o wejściach x , s oraz wyjściu y , sygnalizujący jedynką na wyjściu y fakt, że na wejściu x pojawia się sekwencja 0111, gdy $s = 0$, natomiast sekwencja 1000, gdy $s = 1$. Założyć, że zmiana sygnału s może nastąpić tylko w stanie początkowym s_0 .

Zadanie 4.12

Zaprojektować synchroniczny układ do sprawdzania poprawności transmisji informacji przesyłanej w kodzie „2 z 5”, tzn. sprawdzający, czy na wejściu w czasie pięciu kolejnych taktów zegarowych pojawiły się dokładnie dwie jedynki.

Zadanie 4.13

Dany jest automat o tablicy przejść-wyjść (tab. 4.11). Wyznaczyć automat względem niego minimalny.

Tablica 4.11

x_1x_2	00	01	11	10	00	01	11	10
S								
1	3	1	-	-	0	-	-	-
2	6	2	1	-	-	0	-	-
3	-	-	4	-	1	-	0	-
4	1	-	-	1	0	-	-	1
5	-	5	2	1	-	-	1	1
6	-	2	6	1	-	1	-	1

Zadanie 4.14

Zminimalizować automat o zadanej tablicy przejść-wyjść. (tab. 4.12)

Tablica 4.12

X \ S	x ₁	x ₂	x ₃	x ₁	x ₂	x ₃
1	3	-	2	0	-	-
2	-	4	6	-	0	0
3	5	-	-	1	-	0
4	-	1	1	-	1	-
5	1	-	6	-	-	-
6	4	5	6	-	-	-

Zadanie 4.15

Zminimalizować automat zadany tablicą przejść-wyjść (tab. 4.13).

Tablica 4.13

X \ S	0	1	0	1
1	3	-	-	-
2	-	6	-	0
3	4	5	1	-
4	6	-	1	-
5	5	1	-	-
6	4	7	1	1
7	2	3	0	0

Zadanie 4.16

Zminimalizować automat zadany tablicą przejść-wyjść (tab. 4.14).

Tablica 4.14

X \ S	0	1	0	1
1	8	7	0	1
2	3	5	0	0
3	2	1	0	0
4	5	8	1	0
5	8	4	0	1
6	5	3	1	0
7	1	8	1	0
8	4	6	0	1

Zadanie 4.17

Zminimalizować automat zadany tablicą przejść-wyjść (tab. 4.15).

Tablica 4.15

		X			X		
		X ₁	X ₂	X ₃	X ₁	X ₂	X ₃
S							
1	2	-	6	0	-	0	
2	4	5	7	0	1	0	
3	6	8	2	0	1	0	
4	3	-	8	0	-	0	
5	-	4	-	-	1	0	
6	3	2	4	0	-	0	
7	5	4	-	1	1	-	
8	-	6	5	-	1	0	

Zadanie 4.18

Zminimalizować automat z tablicy przejść-wyjść (tab. 4. 16).

Tablica 4.16

		X				X			
		X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
S									
1	-	5	1	3	-	1	-	1	
2	-	2	5	6	-	-	1	1	
3	6	-	-	2	0	-	-	1	
4	-	-	3	-	1	-	0	-	
5	1	5	6	-	-	0	-	-	
6	4	6	-	-	-	-	-	-	

Zadanie 4.19

Zminimalizować automat zadany tablicą przejść-wyjść (tab. 4.17).

Tablica 4.17

		X		X	
		0	1	0	1
S					
1	5	4	5-	1	
2	3	3	-	1	
3	7	9	-	-	
4	3	3	1	1	
5	3	3	-	2	
6	2	5	2	-	
7	8	6	2	-	
8	5	5	1	-	
9	-	6	-	-	

Zadanie 4.20

Przeprowadzić minimalizację liczby stanów automatów z tab. 4.18.

Tablica 4.18

a)

S	X			
	a	b	a	b
0	2	5	0	-
1	3	5	-	0
2	-	1	1	1
3	1	-	1	1
4	2	5	1	0
5	1	-	2	1

b)

S	X			
	1	2	1	2
1	2	-	-	-
2	1	4	-	1
3	4	-	-	-
4	3	6	-	2
5	6	-	-	-
6	5	2	-	3

c)

S	X			
	0	1	0	1
1	3	-	0	-
2	4	3	0	0
3	-	5	-	1
4	6	6	-	0
5	6	6	0	-
6	-	-	-	-

d)

S	X					
	a	b	c	a	b	c
1	2	5	1	0	0	0
2	3	-	2	0	-	0
3	4	-	3	0	-	1
4	1	-	4	0	-	1
5	6	-	-	0	-	-
6	5	1	-	0	1	-

e)

S	X			
	1	2	1	2
1	3	2	1	1
2	3	2	0	1
3	2	3	0	1
4	3	4	1	1

f)

S	X			
	1	2	1	2
1	1	4	0	1
2	4	3	1	0
3	5	2	1	0
4	1	3	0	0
5	1	2	0	0

g)

S	X			
	a	b	a	b
0	2	5	0	-
1	3	5	-	0
2	-	1	1	1
3	1	-	1	1
4	2	5	1	0
5	1	-	2	1
6	1	-	2	1
7	5	8	-	1
8	6	7	-	1

h)

S	X					
	a	b	c	a	b	c
1	1	2	5	0	-	0
2	2	3	4	0	-	0
3	2	1	4	0	-	0
4	-	2	7	-	-	1
5	-	1	7	-	-	1
6	1	2	5	-	-	0
7	1	2	8	1	1	0
8	6	3	6	0	0	1

Zadanie 4.21

Wyznaczyć automaty minimalne dla tablicy przejść-wyjść –tab. 4.19 .

Tablica 4.19

S	X				y
	a	b	c	d	
1	1	5	-	9	0
2	3	2	6	-	0
3	3	2	-	9	0
4	4	10	-	-	0
5	1	5	6	-	0
6	-	10	6	8	1
7	-	10	7	8	1
8	4	-	7	8	1
9	1	-	6	9	0
10	3	10	7	-	0

Zadanie 4.22

Dla automatów z zadania 4.20 wyznaczyć rodziny wszystkich maksymalnych zbiorów stanów sprzecznych.

Zadanie 4.23

Dla automatów z tab. 4.20 przeprowadzić minimalizację liczby stanów.

Tablica 4.20

a)

S \ X	0		1	
	0	1	0	1
1	2	3	0	0
2	1	3	0	0
3	4	5	1	1
4	3	5	1	1
5	1	3	1	0

b)

S \ X	0		1	
	0	1	0	1
1	-	3	1	0
2	-	4	1	0
3	3	1	1	1
4	4	2	1	1
5	5	4	1	0

Zadanie 4.24

Zminimalizować i zrealizować na przerzutnikach typu D oraz JK automaty podane w tablicach 4.21 a i b.

Tablica 4.21

a)

S \ X	a				b			
	a	b	c	d	a	b	c	d
1	-	3	4	2	-	1	1	1
2	4	-	-	-	0	-	-	-
3	6	6	-	-	0	1	-	-
4	-	6	1	5	-	0	0	1
5	-	-	2	-	-	-	1	-
6	3	-	2	3	0	-	0	1

b)

S \ X	0		1	
	0	1	0	1
1	2	6	0	0
2	3	1	1	1
3	-	4	-	0
4	-	5	-	0
5	3	-	1	-
6	7	-	1	-
7	-	8	-	0
8	-	-	-	1