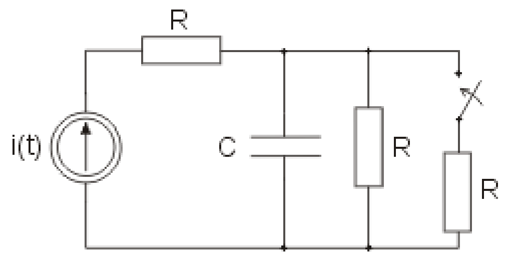
Ćwiczenia do rozdziału 2

Ćwiczenie 2.1

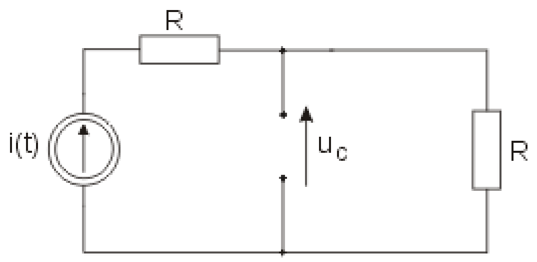
Określić przebieg czasowy napięcia na kondensatorze w stanie nieustalonym w obwodzie przedstawionym na rys. 2.2. Zastosować metodę klasyczną. Przyjąć następujące wartości parametrów: R=10kΩ, C=10μF, $i(t) = I = 2\mathrm{mA}$.



Rys. 2.2. Schemat obwodu do zadania 2.1

Rozwiązanie

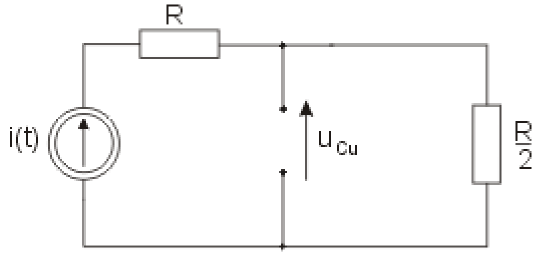
Warunki początkowe w obwodzie wynikają ze stanu ustalonego obwodu przed przełączeniem, który wobec wymuszenia stałego ma postać uproszczoną przedstawioną na rys. 2.12.



Rys. 2.12. Schemat obwodu w stanie ustalonym przed przełączeniem dla wymuszenia stałego

$$u_C(t) = u_C(0^-) = IR = 20V$$

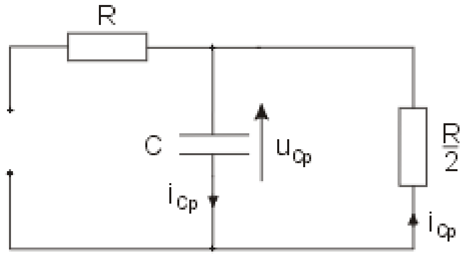
Stan ustalony w obwodzie po przełączeniu dotyczy obwodu przedstawionego na rys. 2.13.



Rys. 2.13. Schemat obwodu w stanie ustalonym po przełączeniu

$$u_{Cu}(t) = u_{Cu}(0^+) = IR/2 = 10V$$

Stan przejściowy dotyczy obwodu po przełączeniu przedstawionego na rys. 2.14



Rys. 2.14 Schemat obwodu w stanie przejściowym po przełączeniu

Równania różniczkowe obwodu:

$$u_{Cp} + C\frac{R}{2}\frac{du_{Cp}}{dt} = 0$$
$$u_{Cp} + 0{,}05\frac{du_{Cp}}{dt} = 0$$

Równanie charakterystyczne:

$$1 + 0.05s = 0 \to s_1 = -20$$

Rozwiązanie równania różniczkowego:

$$u_{Cp}(t) = Ae^{-20t}$$

Rozwiązanie całkowite obwodu

$$u_C(t) = u_{Cu}(t) + u_{Cp}(t) = 10 + Ae^{-20t}$$

Z prawa komutacji dla kondensatora wynika równość

$$u_C(0^-) = u_C(0^+) \to 20 = 10 + A \to A = 10$$

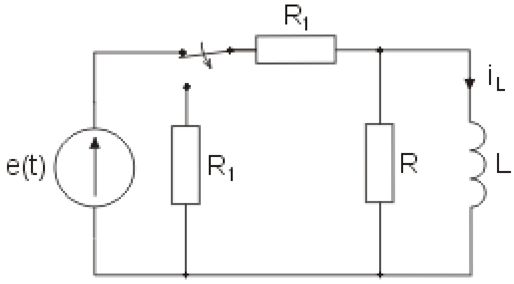
Postać rozwiązania ostatecznego:

$$u_C(t) = 10(1 + e^{-20t})$$

Stała czasowa obwodu jest więc równa $\tau = 1/20 = 0{,}05s$

Ćwiczenie 2.2

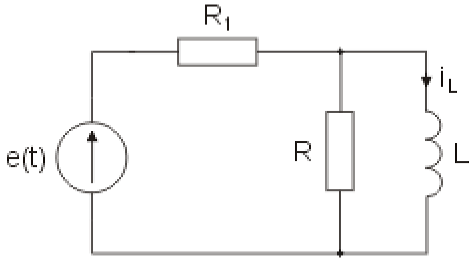
Określić przebieg czasowy prądu cewki w stanie nieustalonym w obwodzie przedstawionym na rys. 2.15. Zastosować metodę klasyczną. Przyjąć następujące wartości parametrów: R=2Ω, R_1=5Ω, , L=2H, $e(t) = 20\sqrt{2}\,sin(\,t)$



Rys. 2.15. Schemat obwodu do zadania 2.2

Rozwiązanie

Warunki początkowe dotyczą obwodu przedstawionego na rys. 2.16.



Rys. 2.16. Schemat obwodu do wyznaczania warunków początkowych

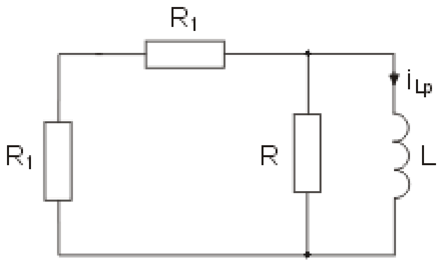
Stosując do tego obwodu metodę symboliczną otrzymuje się kolejno

$$\omega = 1$$
$$Z_L = j\omega L = j2$$
$$Z_{RL} = \frac{2 \cdot j2}{2 + j2} = 1 + j1$$
$$I_L = E\frac{Z_{RL}}{(R_1 + Z_{RL})Z_L} = 2{,}32e^{-j54{,}5^o}$$
$$i_L(t) = 2{,}32\sqrt{2}\,sin(\,t - 54,5^o)$$
$$i_L(0^-) = -2{,}67$$

Wobec odłączenia źródła podczas przełączenia stan ustalony w obwodzie po przełączeniu jest zerowy, stąd

$$i_{Lu}(t) = 0 \rightarrow i_{Lu}(0^+) = 0$$

Stan przejściowy dotyczy obwodu z rys. 2.17



Rys. 2.17 Schemat obwodu do wyznaczenia składowej przejściowej

Równanie różniczkowe obwodu:

$$L\frac{di_{Lp}}{dt}+\frac{2R_1R}{2R_1+R}i_{Lp}=0$$

Po wstawieniu wartości liczbowych otrzymuje się

$$\frac{di_{Lp}}{dt}+\frac{5}{6}i_{Lp}=0$$

Równanie charakterystyczne

$$s+\frac{5}{6}=0\rightarrow s_1=-\frac{5}{6}$$

Rozwiązanie równania różniczkowego

$$i_{Lp}(t)=Ae^{-(5/6)t}$$

Wobec braku składowej ustalonej rozwiązanie to jest jednocześnie rozwiązaniem pełnym. Stąd

$$i_L(t)=i_{Lp}(t)=Ae^{-(5/6)t}$$

Z praw komutacji wynika

$i_L(0^-)=i_L(0^+)\rightarrow A$ =-2,67

Rozwiązanie pełne obwodu przyjmuje więc postać

$$i_L(t)=-2,67e^{-(5/6)t}$$