

Zadania sprawdzające do rozdziału 3

Zadanie 3.1

Wyznaczyć transformatę odwrotną Laplace'a dla funkcji

$$F(s) = \frac{3s^2}{s^2 + 2s + 20}$$

Rozwiązanie

$$f(t) = 3\delta(t) - 6e^{-t}\cos\sqrt{19}t - \frac{54}{\sqrt{19}}e^{-t}\sin\sqrt{19}t$$

Zadanie 3.2

Wyznaczyć transformatę odwrotną Laplace'a dla funkcji

$$F(s) = \frac{2s^2}{(s+2)(s+5)(s+7)}$$

Rozwiązanie

$$f(t) = \frac{8}{15}e^{-2t} - \frac{25}{3}e^{-5t} + \frac{49}{5}e^{-7t}$$

Zadanie 3.3

Określić funkcję splotu $x(t)=x_1(t)*x_2(t)$ dwu sygnałów: $x_1(t)=e^{-2t}$, $x_2(t)=5e^{-t}\sin 3t$ wykorzystując własności transformaty Laplace'a.

Rozwiązanie

Transformata Laplace'a splotu

$$X(s) = X_1(s)X_2(s) = \frac{15}{(s+2)((s+1)^2+9)}$$

Splot w dziedzinie czasu jest równy transformacie odwrotnej Laplace'a funkcji $X(s)$

$$x(t) = \frac{3}{2}e^{-2t} - \frac{3}{2}e^{-t}\cos 3t + \frac{1}{2}e^{-t}\sin 3t$$